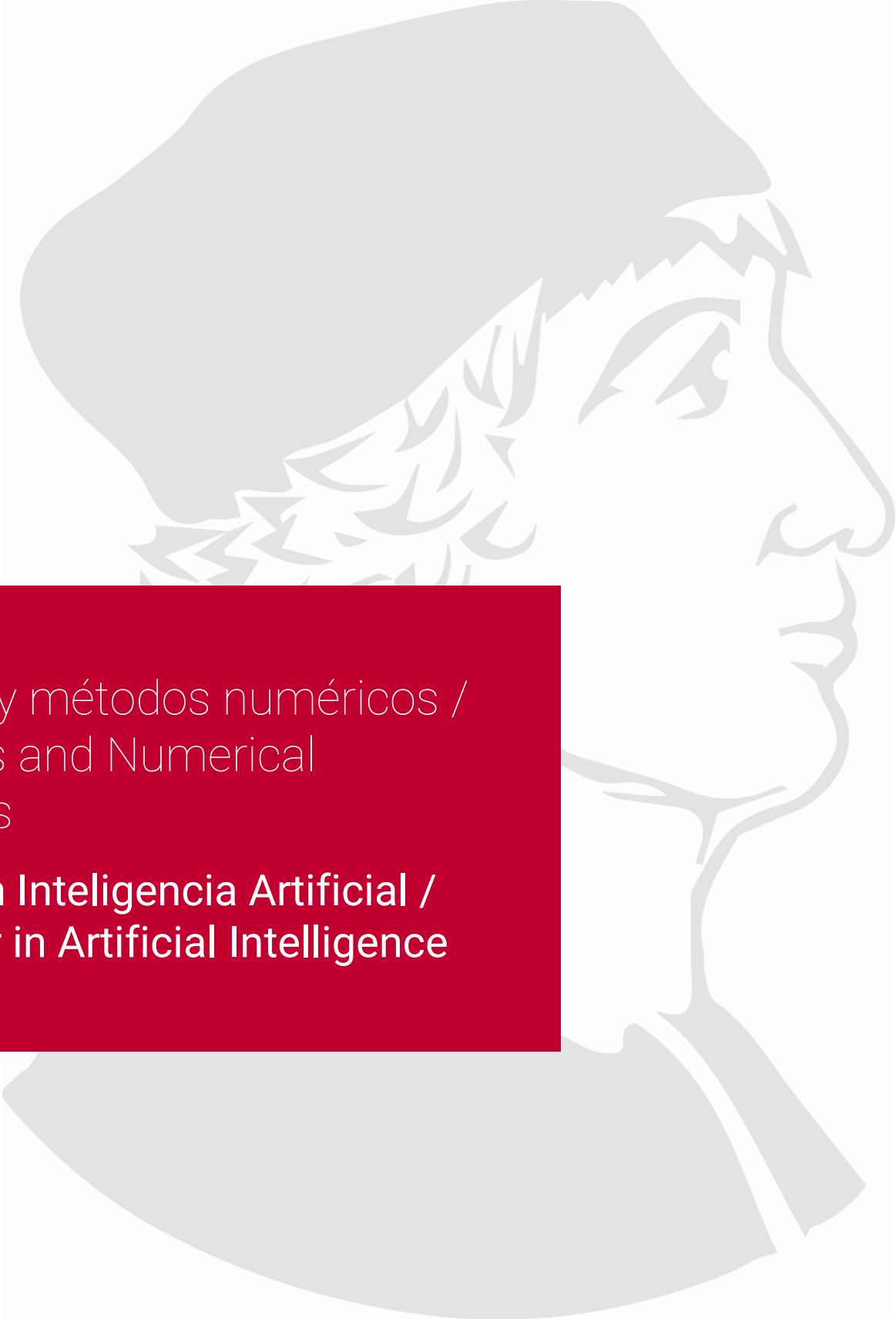




Cálculo y métodos numéricos /
Calculus and Numerical
Methods

**Grado en Inteligencia Artificial /
Bachelor in Artificial Intelligence**



UNIVERSIDAD
NEBRIJA

GUÍA DOCENTE / TEACHING GUIDE

Asignatura / Course: Cálculo y métodos numéricos / Calculus and Numerical Methods

Titulación / Qualification: Grado en Inteligencia Artificial / Bachelor in Artificial Intelligence

Carácter / Type: Básica / Basic

Idioma / Language: Español / Inglés / Spanish / English

Modalidad / Modality : Presencial / In person

Número total de créditos ECTS / Number of ECTS: 6

Curso / Year: 1º

Semestre / Semester: 1º

Profesor / Equipo docente / Professor – Teaching staff: Dr. D. Domingo Quiroz Rodríguez

1. RESULTADOS DE APRENDIZAJE / LEARNING OUTCOMES

1.1. Conocimientos y contenidos / Knowledge

- K2. Comprender los fundamentos teóricos propios de las matemáticas aplicadas y la estadística esenciales para entender las bases de los métodos utilizados en el campo de la Inteligencia Artificial. / Recognize To understand the theoretical foundations of applied mathematics and statistics essential for comprehending the underlying methods employed in Artificial Intelligence.

1.2. Habilidades o destrezas / Skills

- S1. Definir y resolver problemas reales donde sea necesario aplicar conocimientos de matemáticas o estadística, empleando algoritmos numéricos y técnicas de cálculo computacionales. / Formulate and solve real-world problems requiring the application of mathematical and statistical knowledge, through the use of numerical algorithms and computational calculus techniques.

1.3. Competencias / Competences

- C1. Implementar y evaluar, a nivel aplicado, soluciones básicas de Inteligencia Artificial que integren datos, algoritmos y componentes software, justificando las decisiones técnicas adoptadas en el contexto de un problema concreto. / Design, implement, and evaluate, at an applied level, basic Artificial Intelligence solutions that integrate data, algorithms, and software components, justifying the technical decisions adopted in the context of a specific problem.

2. CONTENIDOS / CONTENTS

2.1. Requisitos previos / Prerequisites

Ninguno. / None.

2.2. Descripción de los contenidos / Description of the content

- Funciones, límites, derivadas e integrales / Functions, Limits, Derivatives, and Integrals
- Métodos exactos y numéricos para resolver ecuaciones diferenciales / Exact and Numerical Methods for Solving Differential Equations
- Resolución de ecuaciones en derivadas parciales / Solving Partial Differential Equations
- Interpolación y métodos para aproximar funcione. / Interpolation and Function Approximation Methods
- Métodos numéricos y optimización / Numerical Methods and Optimization

2.3. Contenido detallado / Courses detalid contents

Presentación de la asignatura / Course introduction

Explicación de la **guía docente** / **Explanation of the course guide**

1. Funciones, límites y continuidad / Functions, limits, and continuity

- Funciones reales de variable real: dominio, rango, composición, inversa y funciones elementales. Interpretación gráfica y aplicaciones. / Real-valued functions of one real variable: domain, range, composition, inverse, and elementary functions. Graphical interpretation and applications
- Límites finitos e infinitos, límites laterales, indeterminaciones y asíntotas. / Finite and infinite limits, one-sided limits, indeterminate forms, and asymptotes.
- Continuidad y tipos de discontinuidad. Teoremas de Bolzano, del valor intermedio y de los valores extremos. / Continuity and types of discontinuity. Bolzano's theorem, the Intermediate Value Theorem, and the Extreme Value Theorem.

2. Derivación y optimización / Differentiation and optimisation

- Definición e interpretación de la derivada. Reglas de derivación, derivación implícita y derivadas de orden superior. Teoremas de Rolle y del valor medio / Definition and interpretation of the derivative. Differentiation rules, implicit differentiation, and higher-order derivatives. Rolle's Theorem and the Mean Value Theorem
- Polinomios de Taylor y estimación del error. Monotonía, extremos locales y globales, concavidad, convexidad y puntos de inflexión. Optimización de funciones de una variable / Taylor polynomials and error estimation. Monotonicity, local and global

extrema, concavity, convexity, and inflection points. Optimisation of one-variable functions

3. Integración / Integration

- Integral de Riemann, propiedades y Teorema Fundamental del Cálculo / Riemann integral, its properties, and the Fundamental Theorem of Calculus.
- Técnicas de integración: cambio de variable, integración por partes y fracciones simples. Aplicaciones al cálculo de áreas, valores medios y problemas de acumulación / Integration techniques: substitution, integration by parts, and partial fractions. Applications to areas, average values, and accumulation problems.
- Aproximación numérica mediante las reglas del punto medio, trapecio y Simpson; análisis básico del error y selección del tamaño de paso / Numerical approximation using midpoint, trapezoidal, and Simpson's rules; basic error analysis and step-size selection.

4. Resolución numérica de ecuaciones no lineales / Numerical solution of nonlinear equations

- Métodos: bisección, regla falsi, punto fijo y Newton-Raphson / Methods: bisection, regla falsi, fixed-point and Newton-Raphson.
- Hipótesis de aplicación, criterios de parada, orden de convergencia, coste computacional y comparación de robustez. Applicability assumptions, stopping criteria, order of convergence, computational cost, and robustness comparisons.
- Evaluación eficiente de polinomios mediante el esquema de Horner e introducción al aislamiento de raíces con el teorema de Sturm. Efficient polynomial evaluation using Horner's scheme and an introduction to root isolation through Sturm's theorem.

5. Interpolación y aproximación de funciones / Interpolation and function approximation

- Problema de interpolación. Polinomios interpoladores de Lagrange y Newton; diferencias divididas, unicidad y fórmula del error / The interpolation problem. Lagrange and Newton interpolation polynomials; divided differences, uniqueness, and the error formula
- Ajuste de datos mediante mínimos cuadrados y evaluación de residuos / Data fitting by least squares and residual analysis.

6. Ecuaciones diferenciales ordinarias / Ordinary differential equations

- Interpretación geométrica mediante campos de direcciones y curvas integrales. / Geometric interpretation through direction fields and integral curves.

- Métodos exactos para ecuaciones de primer orden: variables separables, homogéneas, exactas y lineales / Exact methods for first-order equations: separable, homogeneous, exact, and linear equations
- Métodos numéricos para ecuaciones de primer orden: Euler, Heun y Runge-Kutta / Numerical methods for first-order equations: Euler, Heun, and Runge-Kutta.

7. Ecuaciones en derivadas parciales / Partial differential equations

- EDP lineales de primer orden y método de las características. / First-order linear PDEs and the method of characteristics
- Ecuaciones de calor y de ondas. Separación de variables e introducción a las transformadas de Fourier y Laplace. / Heat and wave equations. Separation of variables and an introduction to Fourier and Laplace transforms.

2.4. Actividades dirigidas / Guided activities

Durante el curso se desarrollarán diversas actividades dirigidas relacionadas con los contenidos de la asignatura o con sus aplicaciones en el ámbito de la ingeniería y la inteligencia artificial. Estas actividades podrán realizarse de forma individual o en grupo y consistirán, entre otras, en la resolución de problemas, el desarrollo de algoritmos numéricos y la implementación de métodos de cálculo y optimización. En su desarrollo, el estudiantado deberá analizar y resolver problemas matemáticos mediante métodos analíticos y numéricos, interpretar los resultados obtenidos y utilizar herramientas informáticas de cálculo científico y programación adecuadas al nivel de la asignatura. / Throughout the course, students will undertake a range of guided activities related to the course contents or their applications in the fields of engineering and artificial intelligence. These activities may be carried out individually or in groups and will include, among others, solving problems, developing numerical algorithms and implementing calculation and optimisation methods. As part of these activities, students will be required to analyse and solve mathematical problems using analytical and numerical methods, interpret the results obtained, and use computer-based scientific computing and programming tools appropriate to the level of the course.

Durante el curso se realizarán las siguientes actividades dirigidas:

- Actividad dirigida 1 (AD1). Trabajo individual centrado en límites, derivadas, optimización e integrales. El estudiante resolverá una selección breve de problemas, justificará los teoremas utilizados, incluirá una interpretación gráfica o aplicada y comprobará al menos un resultado con una herramienta computacional. / Guided Activity 1 (GA1). Individual work focused on limits, derivatives, optimisation, and integrals. Students will solve a short selection of problems, justify the theorems used, include a graphical or applied interpretation, and verify at least one result with a computational tool.

- Actividad dirigida 2 (AD2). Se proporcionará a los estudiantes una colección de problemas relacionados con los contenidos de la asignatura, que deberán resolver siguiendo las indicaciones establecidas. Las soluciones deberán entregarse en el formato y dentro del plazo especificados por el profesor. / Guided Activity 2 (GA2). Students will be provided with a set of problems related to the course content, which they will be required to solve following the guidelines established. Their solutions must be submitted in the format and by the deadline specified by the instructor.
- Actividad dirigida 3 (AD3). Trabajo en grupos. El grupo formulará un problema sencillo relacionado con inteligencia artificial o ingeniería, elegirá un modelo matemático, aplicará un método analítico y/o numérico y evaluará la validez de la solución. Temas posibles: ajuste por mínimos cuadrados, descenso por gradiente, dinámica de aprendizaje mediante una EDO, interpolación de datos de sensores o difusión y suavizado de señales. / Group work. Each group will formulate a simple problem related to artificial intelligence or engineering, choose a mathematical model, apply an analytical and/or numerical method, and assess the validity of the solution. Possible topics include least-squares fitting, gradient descent, learning dynamics through an ODE, sensor-data interpolation, or diffusion and signal smoothing.

2.5. Actividades formativas / Learning activities

ACTIVIDADES FORMATIVAS / LEARNING ACTIVITIES	Horas totales / Total Hours	Horas presenciales / In person hours	Horas virtuales asíncronas / Nonsynchron ous hours
AF1 Lección magistral / Master Class	33	33	0
AF4 Estudio individual y trabajo autónomo / Self-directed learning and independent work	98	0	98
AF6 Evaluaciones / Evaluation method	4	4	0
AF7 Problemas y resolución de casos en aula / Problem-based learning and case resolution in class	15	15	0

3. SISTEMA DE EVALUACIÓN / ASSESSMENT METHODS

3.1. Sistema de calificaciones / Grading system

El sistema de calificaciones finales se expresará numéricamente del siguiente modo: / The final grading system will be expressed numerically as follows:

0 - 4,9 Suspenso (SS) / Fail (SS)

5,0 - 6,9 Aprobado (AP) / Pass (AP)

7,0 - 8,9 Notable (NT) / Good (NT)

9,0 - 10 Sobresaliente (SB) / Very Good (SB)

La mención de “matrícula de honor” se otorgará a estudiantes que hayan obtenido una calificación igual o superior a 9,0 puntos. Su número no podrá exceder del cinco por ciento de los estudiantes matriculados en la materia en el correspondiente curso académico, salvo que el número de estudiantes matriculados sea inferior a 20, en cuyo caso se podrá conceder una sola «Matrícula de Honor». / The distinction of ‘Honours’ will be awarded to students who have achieved a mark of 9.0 or above. The number of students awarded this distinction may not exceed five per cent of those enrolled on the course in the relevant academic year, unless the number of enrolled students is fewer than 20, in which case only one ‘Honours’ distinction may be awarded.

3.2. Criterios de evaluación

Convocatoria Ordinaria / Ordinary call	
Modalidad presencial / In person modality	Porcentaje / Percentage
SE1 Participación / Student participation	5%
SE2 Trabajos, proyectos y prácticas / Assignments, projects, and practical training	15%
SE3 Examen parcial / Midterm exam	20%
SE4 Examen final / Final exam	60%

Convocatoria Extraordinaria / Extraordinary call	
Modalidad presencial / In person modality	Porcentaje / Percentage
SE2 Trabajos, proyectos y prácticas / Assignments, projects, and practical training	20%
SE4 Examen final / Final exam	80%

3.3. Restricciones / Restrictions

Calificación mínima / Minimum mark

Para poder hacer media con las ponderaciones anteriores es necesario obtener al menos una calificación de 5,0 puntos en el examen final presencial, tanto en convocatoria ordinaria como en extraordinaria. / In order to have marks averaged using the above weightings, students must achieve a mark of at least 5.0 in the final in-person examination, in both the standard and supplementary examination sessions.

Es necesario obtener en cada actividad dirigida una nota igual o superior a 3,5 puntos y que la nota media sea igual o superior a 5,0 puntos. Se conservará la nota de las actividades dirigidas aprobadas sólo para las convocatorias del año en curso. En convocatorias siguientes hay que repetirla. / You must achieve a mark of 3.5 or higher in each assessed activity, and your average mark must be 5.0 or higher. Marks for passed assessed activities will only be retained for the current academic year's examination sessions. In subsequent sessions, you must retake the course.

Asistencia / Attendance

El alumno que, injustificadamente, deje de asistir a más de un 25% de las clases presenciales podrá verse privado del derecho a examinarse en la convocatoria ordinaria. / Any student who, without valid reason, misses more than 25% of the face-to-face classes may be barred from sitting the exam in the standard examination period.

Normas de escritura / Writing guidelines

Se prestará especial atención en los trabajos, prácticas y proyectos escritos, así como en los exámenes tanto a la presentación como al contenido, cuidando los aspectos gramaticales y ortográficos. El no cumplimiento de los mínimos aceptables puede ocasionar que se resten puntos en dicho trabajo. / In written assignments, practical work and projects, as well as in examinations, particular attention will be paid to both presentation and content, with a focus on grammar and spelling. Failure to meet the minimum acceptable standards may result in marks being deducted from the work in question.

3.4. Advertencia sobre plagio / Warning regarding plagiarism

La Universidad Antonio de Nebrija no tolerará en ningún caso el plagio o copia. Se considerará plagio la reproducción de párrafos a partir de textos de autoría distinta a la del estudiante (Internet, libros, artículos, trabajos de compañeros...), cuando no se cite la fuente original de la que provienen. El uso de las citas no puede ser indiscriminado. El plagio es un delito. En caso de detectarse este tipo de prácticas, se considerará falta grave y se podrá aplicar la sanción prevista en el reglamento del alumno. / Antonio de Nebrija University will not tolerate plagiarism or copying under any circumstances. Plagiarism is defined as the reproduction of passages from texts authored by someone other than the student (the internet,

books, articles, classmates' work, etc.) without citing the original source from which they are taken. The use of quotations must not be indiscriminate. Plagiarism is an offence. Should such practices be detected, they will be considered a serious offence and the penalty set out in the student regulations may be applied.

3.5. Uso de la inteligencia artificial (IA) generativa en las actividades formativas / Use of generative artificial intelligence (AI) in teaching activities

La adopción de herramientas de IA en la docencia debe basarse en un enfoque transparente, responsable, ético y seguro, que fomente el desarrollo de competencias digitales en el estudiantado: / The adoption of AI tools in teaching must be based on a transparent, responsible, ethical and secure approach that fosters the development of digital skills among students:

- El profesor incluirá en cada actividad formativa si tiene previsto el uso de IA Generativa, con qué objetivo y los requisitos de aplicación de esta. / For each teaching activity, the lecturer must state whether they intend to use generative AI, for what purpose, and the requirements for its use.
- Es responsabilidad del estudiante mostrar una conducta transparente, ética y responsable con el uso de IA Generativa, y adaptarse a los criterios de aplicación dictados por el profesor en cada actividad. / It is the student's responsibility to demonstrate transparent, ethical and responsible conduct when using generative AI, and to comply with the application criteria set by the lecturer for each activity.
- La detección de cualquier conducta fraudulenta con respecto al uso de IA Generativa, no atendiendo a las indicaciones del profesorado, aplicará las sanciones previstas en el Reglamento Disciplinario. / The detection of any fraudulent conduct regarding the use of generative AI, or failure to follow the lecturer's instructions, will result in the sanctions set out in the Disciplinary Regulations being applied.

4. BIBLIOGRAFÍA / BIBLIOGRAPHY

Bibliografía básica / Essential reading

- García, A., García, F., Gutiérrez, A., López, A., Rodríguez, G., y de la Villa, A. (1993). Cálculo I: Teoría y problemas de análisis matemático de una variable. CLAGSA.
- Burden, R. L., Faires, J. D., & Burden, A. M. (2016). Numerical Analysis (10th ed.). Cengage Learning.
- Boyce, W. E., DiPrima, R. C., & Meade, D. B. (2021). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems (12th ed.). Wiley.

Bibliografía recomendada / Recommended reading

- Stewart, J., Clegg, D. K., & Watson, S. (2021). Calculus: Early Transcendentals (9th ed.). Cengage Learning.
- Sauer, T. (2023). Numerical Analysis (3rd ed.). Pearson.
- Kiusalaas, J. (2014). Numerical Methods in Engineering with Python 3 (3rd ed.). Cambridge University Press.